1. (GERSTING, 7th ed.) Qual o valor verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas, considerando que o domínio é o conjunto dos números inteiros, $I(x) : x$ é ímpar, $D(x) : x < 10$, e $N(x) : x > 9$?

   (a) $(\exists x)I(x)$.
   (b) $(\forall x)[D(x) \to I(x)]$
   (c) $(\exists x)[D(x) \wedge N(x)]$
   (d) $(\forall x)[D(x) \vee N(x)]$

2. (GERSTING, 7th ed.) Qual o valor verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas, considerando que o domínio é o conjunto dos números inteiros, $C(x) : x < 5$ e $S(x) : x < 7$?

   (a) $(\exists x)C(x)$.
   (b) $(\forall x)[C(x) \to S(x)]$
   (c) $(\exists x)[C(x) \wedge S(x)]$
   (d) $(\forall x)[S(x) \to C(x)]$
   (e) $(\forall x)[C(x) \wedge S(x)]$

3. (GERSTING, 7th ed.) Qual o valor verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas, considerando que o domínio é o conjunto dos números inteiros?

   (a) $(\forall x)(\exists y)(x + y = x)$
   (b) $(\exists y)(\forall x)(x + y = x)$
   (c) $(\forall x)(\exists y)(x + y = 0)$
   (d) $(\exists y)(\forall x)(x + y = 0)$
   (e) $(\forall x)(\forall y)(x < y \vee y < x)$
   (f) $(\forall x)[x < 0 \to (\exists y)(y < 0 \wedge x + y = 0)]$
   (g) $(\exists x)(\exists y)(x^2 = y)$

4. (GERSTING, 7th ed.) Qual o valor verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas, considerando que o domínio é o conjunto dos números reais?

   (a) $(\forall x)(\exists y)(x = y^2)$
   (b) $(\forall x)(\forall y)(x = y)$
   (c) $(\exists x)(\forall y)(x = y^2)$
   (d) $(\exists y)(\forall x)(x + y = 0)$
   (e) $(\exists x)(\exists y)(x = y^2)$

5. (GERSTING, 7th ed.) Qual o valor verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas, considerando que o domínio é o conjunto das pessoas; $M(x, y) : x$ é a mãe de y; $F(x) : x$ é do sexo feminino; e $H(x) : x$ é do sexo masculino?

   (a) $(\forall x)(\exists y)M(x, y))$

(b) $(\forall x)(\forall y)(M(x,y) \to H(y)))$

(c) $(\exists x)(\forall y)M(x,y))$

(d) $(\exists x)(\exists y)(M(x,y) \wedge H(y))$

(e) $(\exists x)(\forall y)(M(x,y) \to F(y))$

6. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é verdadeira: $(\exists x)(A(x) \wedge (\forall y)B(x,y))$.

7. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é falsa: $(\exists x)(A(x) \wedge (\forall y)B(x,y))$.

8. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é verdadeira: $[(\forall x)A(x) \to (\forall x)B(x)] \to (\forall x)(A(x) \to B(x))$.

9. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é falsa: $[(\forall x)A(x) \to (\forall x)B(x)] \to (\forall x)(A(x) \to B(x))$.

10. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é verdadeira: $(\exists x)[P(x) \vee Q(x)] \wedge (\forall x)[P(x) \to Q(x)]$.

11. (GERSTING, 7th ed.) Dê uma interpretação (domínio e significado para os predicados) na qual a seguinte fórmula bem formada é falsa: $(\exists x)[P(x) \vee Q(x)] \wedge (\forall x)[P(x) \to Q(x)]$.

12. (GERSTING, 7th ed.) Quais das seguintes fórmulas bem formadas são equivalentes à sentença: "Gatos são mais espertos que cachorros."?

    (a) Alguns gatos são mais espertos que alguns cachorros.

    (b) Tem um gato que é mais esperto que todos os cachorros.

    (c) Todos os gatos são mais espertos que todos os cachorros.

    (d) Somente os gatos são mais espertos que os cachorros.

    (e) Todos os gatos são mais espertos que qualquer cachorro.

13. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $B(x)$: x é uma bola. $R(x)$: x é redondo. $F(x)$: x é uma bola de futebol. Escreva cada uma das sentenças a seguir como uma fórmula bem formada da lógica de predicados, onde o domínio é o planeta Terra:

    (a) Todas as bolas são redondas.

    (b) Nem todas as bolas são bolas de futebol.

    (c) Todas as bolas de futebol são redondas.

    (d) Algumas bolas não são redondas.

    (e) Algumas bolas não são redondas mas as bolas de futebol são redondas.

    (f) Algumas bolas são redondas mas as bolas de futebol não são redondas.

    (g) Toda bola redonda é uma bola de futebol.

    (h) Somente as bolas redondas são bolas de futebol.

    (i) Se as bolas de futebol são redondas, então todas as bolas são redondas.

14. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $B(x)$: x é uma abelha. $F(x)$: x é uma flor. $A(x, y)$: x ama y. Escreva cada uma das sentenças a seguir como uma fórmula bem formada da lógica de predicados, onde o domínio é o planeta Terra:

    (a) Todas as abelhas amam todas as flores.
    (b) Algumas abelhas amam todas as flores.
    (c) Todas as abelhas amam algumas flores.
    (d) Toda abelha só não ama flores.
    (e) Somente abelhas amam flores.
    (f) Cada abelha ama somente flores.
    (g) Nenhuma abelha ama somente flores.
    (h) Algumas abelhas amam algumas flores.
    (i) Algumas abelhas amam somente flores.
    (j) Toda abelha não ama algumas flores.
    (k) Toda abelha não ama nenhuma flor.

15. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $P(x)$: x é um romance policial. $M(x)$: x é livro de mistério. $B(x, y)$: x é melhor que y. $L(x)$: x é longo. Escreva cada uma das sentenças a seguir como uma fórmula bem formada da lógica de predicados, onde o domínio é o planeta Terra:

    (a) Todos os romances policiais são longos.
    (b) Nem todo livro de mistério é um romance policial.
    (c) Só os livros de mistérios são longos.
    (d) Alguns romances policiais são livros de mistérios.
    (e) Romances policiais são melhores que livros de mistérios.
    (f) Alguns livros de mistérios são melhores que qualquer romance policial.
    (g) Somente romances policiais são melhores que livros de mistérios.

16. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados $H(x)$: x é homem; $M(x)$: x é mulher; $T(x, y)$: x trabalha para y; e as constantes no domínio dos humanos p: Pedro e i: Ivan. Traduza para a língua portuguesa:

    (a) $(\exists x)(M(x) \wedge (\forall y)(H(y) \rightarrow \neg T(x, y)))$
    (b) $(\forall x)[H(x) \rightarrow (\exists y)(M(y) \wedge T(x, y))]$
    (c) $(\forall x)[H(x) \rightarrow (\forall y)(T(x, y) \rightarrow M(y))]$
    (d) $(\forall x)(\forall y)(H(x) \wedge T(x, y) \rightarrow M(y))$
    (e) $T(i, p) \wedge (\forall x)[T(p, x) \rightarrow \neg M(x)]$
    (f) $(\forall x)(T(x, i) \rightarrow \neg M(x))$

17. (GERSTING, 7th ed.) Negue as sentenças:

    (a) Ninguém é perfeito.

(b) Todos os nadadores são altos.
(c) Todo planeta é frio e sem vida.
(d) Nenhum urso é faminto.
(e) Todo estudante come pizza.
(f) Alguns estudantes só comem pizza.
(g) Algumas crianças têm medo de palhaços.
(h) Algumas crianças só têm medo de palhaços.
(i) Nenhum palhaço tem medo de qualquer criança.

18. (GERSTING, 7th ed.) Prove a validade de cada um dos argumentos a seguir ou justifique a não-validade.

    (a) $(\forall x)A(x) \to [(\exists x)\neg A(x)]$
    (b) $(\forall x)(P(x) \to Q(x)) \wedge (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \to (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$
    (c) $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \to [(\exists x)P(x) \vee (\forall y)Q(y)]$

19. (GERSTING, 7th ed.) O que se pode concluir das seguintes premissas? Justifique sua resposta.

    (a) Todas as flores são plantas. Amores-perfeitos são flores.
    (b) Algumas flores são vermelhas. Todas as flores vermelhas são pequenas.
    (c) Algumas flores são cor-de-rosa e têm espinhos. Todas as flores espinhosas cheiram mal. Cada flor que cheira mal é uma erva daninha.

20. (GERSTING, 7th ed.) Prove a validade do argumento:

$$(\exists x)P(x) \wedge (\forall x)(P(x) \to Q(x)) \to (\exists x)Q(x)$$

21. (GERSTING, 7th ed.) A seguir, é apresentada uma prova para o argumento:

$$(\forall y)(\exists x)Q(x,y) \to (\exists x)(\forall y)Q(x,y).$$

    Qual o erro nesta sequência de prova?

    (a) $(\forall y)(\exists x)Q(x,y)$ (hipótese)
    (b) $(\exists x)Q(x,y)$ (inst. universal em (a))
    (c) $Q(a,y)$ (inst. existencial em (b))
    (d) $(\forall y)Q(a,y)$ (gen. universal em (c))
    (e) $(\exists x)(\forall y)Q(x,y)$ (gen. existencial em (d))

22. (GERSTING, 7th ed.) Prove a validade dos seguintes argumentos:

    (a) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \to (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$
    (b) $(\forall x)(\forall y)Q(x,y) \to (\forall y)(\forall x)Q(x,y)$
    (c) $(\forall x)[S(x) \to (\exists y)(P(x,y) \wedge T(y))] \wedge (\exists x)(C(x) \wedge S(x)) \to (\exists x)(\exists y)(C(x) \wedge T(y) \wedge P(x,y))$

23. (GERSTING, 7th ed.) Para cada um dos argumentos a seguir, prove sua validade ou dê uma interpretação (significado para os predicados e domínio) na qual o argumento seja falso:

    (a) $(\exists x)[R(x) \vee S(x)] \rightarrow (\exists x)R(x) \vee (\exists x)S(x)$
    (b) $(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x)]$
    (c) $[(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x)] \rightarrow (\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$
    (d) $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$
    (e) $(\forall y)[Q(x,y) \rightarrow P(x)] \rightarrow [(\exists y)Q(x,y) \rightarrow P(x)]$
    (f) $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \wedge (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)P(x)$
    (g) $(\forall x)(\forall y)[(P(x) \wedge S(x,y)) \rightarrow Q(y)] \wedge (\exists x)B(x) \wedge (\forall x)(B(x) \rightarrow P(x)) \wedge (\forall x)(\exists y)S(x,y) \rightarrow (\exists x)Q(x)$

24. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $P(x)$: x é uma planta. $F(x)$: x é uma flor. $C(x)$: x tem cheiro doce. Prove a validade do argumento: Algumas plantas são flores. Todas as flores têm cheiro doce. Portanto, algumas plantas têm cheiro doce.

25. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $A(x)$: x é um astrônomo. $M(x)$: x é míope. $O(x)$: x usa óculos. $L(x)$: x usa lentes de contato. Prove a validade do argumento: Existe um astrônomo que não é míope. Todo mundo que usa óculos é míope. Além disso, todos usam óculos ou lentes de contato. Portanto, algum astrônomo usa lentes de contato.

26. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $E(x)$: x é uma estrela de cinema. $R(x,y)$: x é mais rico que y. $P(x,y)$: x paga mais impostos que y. Prove a validade do argumento: Existe alguma estrela de cinema que é mais rica do que todos. Quem é mais rico que qualquer outra pessoa paga mais impostos que qualquer outra pessoa. Portanto, existe uma estrela de cinema que paga mais impostos que qualquer outra pessoa.

27. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $G(x)$: x é um gato. $C(x,y)$: x come y. $A(x)$: x é um animal. $F(x)$: x é confuso. Prove a validade do argumento: Os gatos comem apenas animais. Existe algo confuso. Tudo o que é confuso é um gato. E tudo come alguma coisa. Portanto, os animais existem.

28. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $E(x)$: x é um embaixador. $D(x)$: x é um diplomata. $F(x,y)$: x fala com y. Prove a validade do argumento: Cada embaixador fala apenas com diplomatas, e alguns embaixadores falam com alguém. Portanto, existe um diplomata.

29. (GERSTING, 7th ed.) Considere os predicados: $F(x)$: x é um fazendeiro. $D(x)$: x é um dentista. $V(x)$: x é uma vaca. $T(x,y)$: x tem y. Prove a validade do argumento: Todo fazendeiro possui uma vaca. Nenhum dentista possui uma vaca. Portanto, nenhum dentista é um fazendeiro.

30. (GERSTING, 7th ed.) Prove a validade do seguinte argumento. Todo estudante de Ciência da Computação é mais esforçado que alguém, e todo mundo que é mais esforçado que qualquer outra pessoa dorme menos que esta pessoa. Maria é uma estudante de ciência da computação. Portanto Maria dorme menos que alguém.