

Teoria dos Grafos

Aula 2 - Isomorfismo

Profa. Sheila Morais de Almeida
Mayara Omai

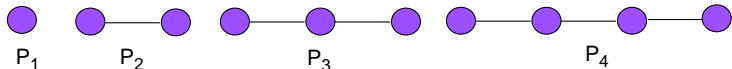
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Ponta Grossa

2018

Caminho

Definição

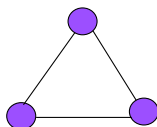
Um **caminho** com n vértices, P_n , tem conjunto de vértices $V(P_n) = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$ e $E(P_n) = \{v_i v_{i+1}, 0 \leq i < n\}$.



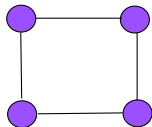
Ciclo

Definição

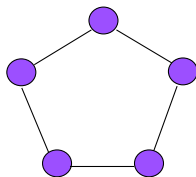
Um **ciclo** com n vértices, C_n , tem conjunto de vértices $V(C_n) = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$ e $E(C_n) = \{v_i v_{i+1}, 0 \leq i < n\} \cup \{v_0 v_{n-1}\}$.



C_3



C_4



C_5

Grafo completo

Definição

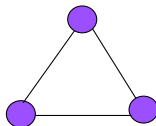
Um grafo é **completo** se existe aresta entre todo par de vértices. Um grafo completo com n vértices é denotado por K_n .



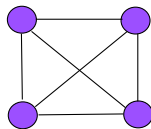
K_1



K_2



K_3

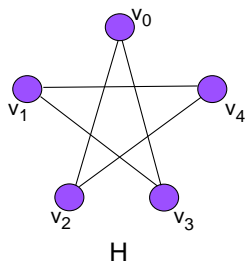
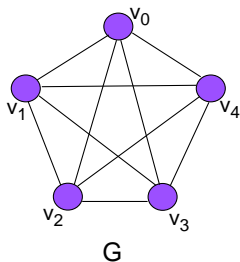


K_4

Subgrafo

Definição

Um **subgrafo** de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo $H = (W, F)$, em que $W \subseteq V$ e $F \subseteq E$.

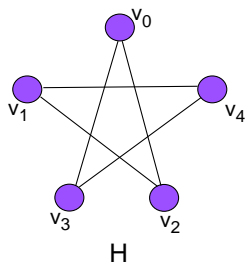
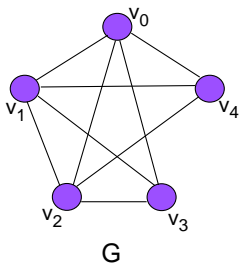


Subgrafo

Definição

Um **subgrafo** de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo $H = (W, F)$, em que $W \subseteq V$ e $F \subseteq E$.

H é subgrafo de G ?



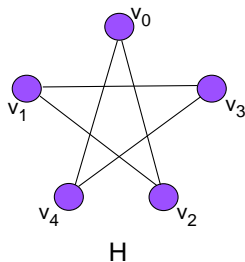
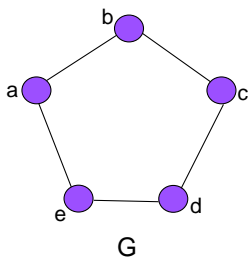
Um grafo tem uma única representação? **NÃO!**

Isomorfismo

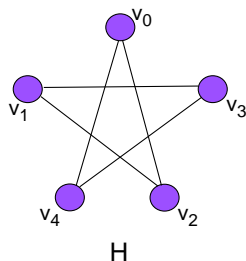
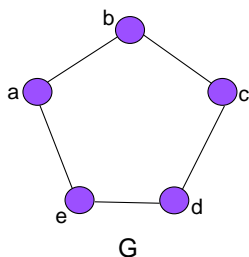
Definição

Um **isomorfismo** entre dois grafos G e H é uma bijeção $f : V(G) \rightarrow V(H)$ tal que dois vértices u e v são adjacentes em G , se e somente se, $f(u)$ e $f(v)$ são adjacentes em H .

Os grafos G e H são isomorfos se existe um isomorfismo entre eles.



Isomorfismo



$$f(a) = v_0, \quad f(b) = v_2, \quad f(c) = v_1, \quad f(d) = v_3, \quad f(e) = v_4.$$

Se G e H são isomorfos, existe uma re-rotulação dos vértices de H que preserva as adjacências vistas nos respectivos vértices em G .

Isomorfismo

- para provar que dois grafos são isomorfos, é necessário apresentar uma função bijetora que mapeia os vértices de G em H preservando adjacências.
- Não se conhece um algoritmo eficiente para determinar se dois grafos são isomorfos.
- Algumas propriedades, quando observadas, garantem o não-isomorfismo:
 - ▶ número de vértices diferentes;
 - ▶ número de arestas diferentes;
 - ▶ sequência dos graus diferente;
 - ▶ existência de subgrafos em um dos grafos e não no outro;
 - ▶ um grafo é bipartido e o outro não;
 - ▶ um grafo é conexo e o outro não.

Isomorfismo

Os grafos são isomorfos?

