

# Matemática Discreta

## Lógica Proposicional

Profa. Sheila Morais de Almeida

DAINF-UTFPR-PG

março - 2017

# Bicondicional

Voltando ao operador bicondicional:

$A \leftrightarrow B$  é o mesmo que  $A \rightarrow B \wedge B \rightarrow A$ .

$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

# Bicondicional

Voltando ao operador bicondicional:

$A \leftrightarrow B$  é o mesmo que  $A \rightarrow B \wedge B \rightarrow A$ .

$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

# Equivalências Lógicas

Se duas proposições compostas possuem o mesmo valor-verdade em todos os casos, são chamadas de **logicamente equivalentes**.

- $A \leftrightarrow B$  é logicamente equivalente a  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ .
- $A \rightarrow B$  é logicamente equivalente a  $B' \rightarrow A'$ .

# Equivalências Lógicas

$A$	$B$	$A \rightarrow B$	$B'$	$A'$	$B' \rightarrow A'$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

# Equivalências Lógicas

$A$	$B$	$A \rightarrow B$	$B'$	$A'$	$B' \rightarrow A'$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

# Equivalências Lógicas

Quando duas proposições lógicas  $A$  e  $B$  são equivalentes, indicamos por uma das seguintes formas:

- $A \equiv B$
- $A \Leftrightarrow B$

## Atenção!!

Os símbolos  $\equiv$  e  $\Leftrightarrow$  **não são** operadores lógicos!

São apenas símbolos matemáticos usados para dizer que as proposições  $r$  e  $s$  têm os mesmos valores verdade em todos os casos.

# Equivalências Lógicas

## Exemplos:

- $A \leftrightarrow B \equiv B' \leftrightarrow A'$
- $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$



# Equivalências Lógicas

Como saber se duas proposições lógicas compostas são logicamente equivalentes?

# Equivalências Lógicas

Como saber se duas proposições lógicas compostas são logicamente equivalentes?

Use tabelas verdade!

# Equivalências Lógicas

Exemplo: Será que  $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ ?

# Equivalências Lógicas

Exemplo: Será que  $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ ?

$A$	$B$	$A \wedge B$	$(A \wedge B)'$	$A'$	$B'$	$A' \vee B'$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

# Equivalências Lógicas

Exemplo: Será que  $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ ?

$A$	$B$	$A \wedge B$	$(A \wedge B)'$	$A'$	$B'$	$A' \vee B'$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

Esta é uma das Leis de De Morgan!

# Equivalências Lógicas

Augustus De Morgan (1806 - 1871)



- Foi um matemático indiano.
- Foi professor de Augusta Ada, Condessa de Lovelace.

# Equivalências Lógicas

Augustus De Morgan (1806 - 1871)



- Escreveu milhares de artigos para mais de 15 periódicos e muitos livros teóricos.
- Formalizou conceitos como indução matemática e limite.

# Equivalências Lógicas

Augustus De Morgan (1806 - 1871)



- Deu contribuições fundamentais para o desenvolvimento da lógica simbólica.
- Criou notações que ajudaram a provar equivalências lógicas e as Leis de De Morgan.



# Equivalências Lógicas

## Exemplos de proposições logicamente equivalentes:

- Lei de De Morgan  $(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$ .
- $A' \vee B \equiv A \rightarrow B$ .
- Propriedade distributiva:  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .
- Propriedade associativa:  $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$ .

# Equivalências Lógicas

Leis de De Morgan:

- $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ .
- $(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$ .

**Exercício:** Use as Leis de De Morgan para negar “Miguel tem um celular e um laptop”.

# Equivalências Lógicas

Leis de De Morgan:

- $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ .
- $(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$ .

**Exercício:** Use as Leis de De Morgan para negar “Miguel tem um celular e um laptop”.

Miguel não tem um celular ou não tem um laptop.

# Equivalências Lógicas

Leis de De Morgan:

- $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ .
- $(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$ .

**Exercício:** Use as Leis de De Morgan para negar “Rodrigo ou Carlos vai ao concerto”.

# Equivalências Lógicas

Leis de De Morgan:

- $(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$ .
- $(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$ .

**Exercício:** Use as Leis de De Morgan para negar “Rodrigo ou Carlos vai ao concerto”.

Rodrigo e Carlos não vão ao concerto.

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que  $(A \rightarrow B)' \equiv A \wedge B'$ .**

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \rightarrow B)' \equiv A \wedge B'$ .

$(A \rightarrow B)' \equiv (A' \vee B)$  (Do exemplo anterior.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \rightarrow B)' \equiv A \wedge B'$ .

$(A \rightarrow B)' \equiv (A' \vee B)'$  (Do exemplo anterior.)

$\equiv (A')' \wedge B'$  (Lei de De Morgan.)



# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \rightarrow B)' \equiv A \wedge B'$ .

$(A \rightarrow B)' \equiv (A' \vee B)'$  (Do exemplo anterior.)

$\equiv (A')' \wedge B'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A \wedge B'$  (Regra da dupla negação.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .**

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A' \wedge [(A')' \vee B']$  (Lei de Demorgan.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A' \wedge [(A')' \vee B']$  (Lei de Demorgan.)

$\equiv A' \wedge (A \vee B')$  (Regra da Dupla Negação.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A' \wedge [(A')' \vee B']$  (Lei de Demorgan.)

$\equiv A' \wedge (A \vee B')$  (Regra da Dupla Negação.)

$\equiv (A' \wedge A) \vee (A' \wedge B')$  (Regra distributiva.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A' \wedge [(A')' \vee B']$  (Lei de Demorgan.)

$\equiv A' \wedge (A \vee B')$  (Regra da Dupla Negação.)

$\equiv (A' \wedge A) \vee (A' \wedge B')$  (Regra distributiva.)

$\equiv F \vee (A' \wedge B')$  (Pois  $A \wedge A'$  é falso.)

# Provando Equivalências Lógicas

**Mostre que**  $(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge B'$ .

$(A \vee (A' \wedge B))' \equiv A' \wedge (A' \wedge B)'$  (Lei de De Morgan.)

$\equiv A' \wedge [(A')' \vee B']$  (Lei de Demorgan.)

$\equiv A' \wedge (A \vee B')$  (Regra da Dupla Negação.)

$\equiv (A' \wedge A) \vee (A' \wedge B')$  (Regra distributiva.)

$\equiv F \vee (A' \wedge B')$  (Pois  $A \wedge A'$  é falso.)

$\equiv A' \wedge B'$  (Regra do elemento neutro.)



## Referências

Kenneth ROSEN. **Discrete Mathematics and Its Applications**.  
McGraw-Hill Education, 6th edition (July 26, 2006).